

## ХРОНИКА

### ПАМЯТИ МАРКА ВОЛЬФОВИЧА ЛОСИКА



12 мая 2013 г. скончался выдающийся математик Марк Вольфович Лосик, профессор кафедры геометрии Саратовского государственного университета, замечательный педагог, добрый, отзывчивый человек.

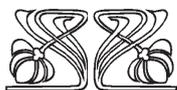
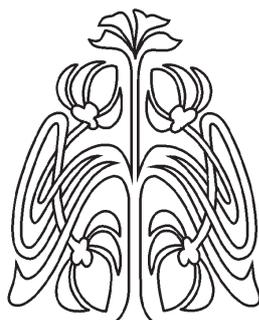
Марк Вольфович родился 27 января 1935 г. в Саратове в семье экономиста Вольфа Мееровича Лосика и врача Эсфирь Даниловны Бунешович. Интересно заметить, что в аттестате Эсфирь Даниловны об окончании гимназии в Царицыно стояла отметка «особые способности по геометрии».

Вольф Меерович погиб в 1941 г., и мать воспитывала двоих детей в тяжелые годы войны одна. Марк Вольфович рано научился читать, читал все подряд, любил играть в шахматы, ходил в шахматные кружки.

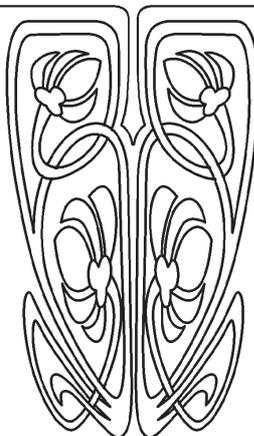
В 1952 г. Марк Вольфович закончил с серебряной медалью школу № 20 Саратова. Пытался поступить на физический факультет Саратовского госуниверситета, но не был туда зачислен и поступил на механико-математический факультет. Однако уже на первой лекции он понял, что математика — его призвание.

Окончив с отличием университет, Марк Вольфович поступает по рекомендации зав.кафедрой геометрии В.В.Вагнера в аспирантуру. Задачу, поставленную В.В.Вагнером для написания кандидатской диссертации, Марк Вольфович решил уже на первом курсе аспирантуры. В итоге оказалось, что написанная диссертация по геометрии пространств Кавагучи содержит более глубокие результаты, чем предполагал руководитель. В 1962 г. Марк Вольфович защищает кандидатскую диссертацию на тему «Геометрия Кавагучи и ее связь с вариационным исчислением» в Казанском государственном университете. Пространства Кавагучи являются обобщениями финслеровых пространств и характеризуются тем, что в них элемент длины дуги кривой  $x(t)$  зависит не только от скорости  $x'(t)$ , но также от ускорения  $x''(t)$  и высших ускорений вплоть до некоторого порядка  $k$ . Они позволяют использовать дифференциально-геометрический подход для изучения вариационного исчисления высших порядков и имеют различные применения в физике.

В. В. Вагнер был доволен полученными результатами и предложил М. В. Лосику продолжить научные исследования по этой теме. Марк Вольфович получает некоторые новые результаты по «классической» дифференциальной геометрии и вариационному исчислению. Однако после окончания аспирантуры Марк Вольфович решает расширить область исследований, он выходит за рамки дифференциальной геометрии и начинает изучать активно развивающуюся в то время алгебраическую топологию, в частности, теорию (ко)гомологий и теорию пучков. М. В. Лосик принимает участие в неформальном семинаре, на котором молодые ученые мехмата Саратовского университета, среди которых были также В. Е. Воскресенский, А. В. Гох-



**ПРИЛОЖЕНИЯ**





ман, В. Л. Израйлевич, Г. И. Перельмутер, А. Я. Сандлер, изучают актуальную в то время книгу Р. Годемана «Алгебраическая топология и теория пучков». Так Марк Вольфович самостоятельно приходит к задаче нахождения групп когомологий алгебры Ли векторных полей.

В начале 70-х гг. М. В. Лосик посещает семинар И. М. Гельфанда в Московском университете, на котором знакомится с И. М. Гельфандом, А. М. Габриэловым и Д. Б. Фуксом. Оказывается, что их научные интересы близки: московских ученых интересуют характеристические классы структур на многообразиях и тесно связанные с ними группы когомологий алгебр Ли, в частности алгебр Ли векторных полей. Характеристические классы представляют собой некоторые канонически определенные элементы групп когомологий и дают богатую информацию о геометрических структурах. Позднее они будут многократно появляться в работах М. В. Лосика. Марк Вольфович получает новые интересные результаты о группах когомологий алгебр Ли векторных полей. Совместно с Габриэловым и Гельфандом был написан цикл работ о комбинаторных вычислениях характеристических классов. Гельфанд высоко оценил Марка Вольфовича и полученные им результаты, в особенности он ценил то, что Лосик, занимаясь классической дифференциальной геометрией, смог быстро и эффективно освоить самые современные и активно развивающиеся области математики.

Особенно интересны характеристические классы слоений на многообразиях. Пространство слоев слоения не является гладким многообразием, но представляет собой некоторое его обобщение. Более того, это пространство обладает довольно «плохой» топологией, что не позволяет применять для его изучения классический подход. Для изучения таких обобщений Гельфанд предложил идеи формальной дифференциальной геометрии. Марк Вольфович активно развивает эти идеи в своих работах. Дифференциальная геометрия имеет дело с гладкими объектами на гладких многообразиях, однако условие гладкости — слишком сильное, во многих задачах естественным образом появляются «негладкие» многообразия, или многообразия с особенностями, такие как алгебраические многообразия, орбиформы, пространства орбит действия группы на многообразии, диффеологические пространства и уже упомянутые пространства слоев слоений. Подход М. В. Лосика состоит в систематическом использовании теории категорий, дающей общий метод изучения таких обобщенных многообразий. Лосик одним из первых осознал важность обобщения дифференциальной геометрии на случай «негладких» пространств и роль теории категории для описания таких обобщенных пространств. Для широкого класса подобных обобщенных пространств Марк Вольфович ввел и изучил основные дифференциально-геометрические понятия, такие как касательное расслоение, векторные и тензорные поля, дифференциальные формы, римановы структуры и характеристические классы. Он применил, в частности, эти результаты для изучения слоений и слоений с особенностями. Развитый М. В. Лосиком категорный подход имеет ряд преимуществ по сравнению с более классическими подходами.

М. В. Лосик был одним из пионеров применения теории категорий в дифференциальной геометрии. В настоящее время теория категорий широко используется в некоммутативной дифференциальной геометрии, в которой понятия и идеи дифференциальной геометрии используются для изучения некоммутативных колец, рассматриваемых как обобщение кольца гладких функций на многообразии.

На основе полученных результатов Марк Вольфович защищает в 1997 г. в Казанском университете докторскую диссертацию «Некоторые методы теории категорий и гомологической алгебры в дифференциальной геометрии». Эти результаты были применены позднее к пространствам орбит действий конечных групп на многообразиях и орбиформам.

В 1992 г. М. В. Лосик принимает участие в работе геометрической конференции в Вене, где знакомится с Д. В. Алексеевским, А. Криглем, П. В. Михором, В. П. Поповым и А. Райнером, с которыми он позднее наладил научные контакты и написал многочисленные работы. По приглашению П. В. Михора Марк Вольфович в течение 14 лет ежегодно работает по два месяца в Вене в Международном институте математики и физики имени Эрвина Шредингера. В работах Лосика с соавторами решается задача поднятия гладких кривых с пространства орбит неприводимого представления компактной группы Ли на пространство представления. С этой задачей напрямую связана задача нахождения гладких корней многочленов, чьи коэффициенты гладко зависят от параметра. Полученные результаты имеют применения к теории возмущений самосопряженных операторов в Гильбертовом пространстве и теории дифференциальных уравнений с частными производными для корректной постановки



гиперболических проблем Коши. В статье Лосика с соавторами дано доказательство слабой версии основной теоремы теории инвариантов для представлений конечных групп, этот результат применен к хорошо известной проблеме описания линейных подпространств в гильбертовом изотропном конусе. В других работах изучаются когомологии групп диффеоморфизмов. В статьях 1995, 1997 гг. приводится обобщение теоремы Картана о когомологиях однородных пространств.

Марк Вольфович многократно подчеркивал, что для решения действительно интересных математических и, в частности, геометрических, задач требуются знания из различных областей математики. Чтобы решить задачу, на нее не следует смотреть только в контексте области, в которой она сформулирована, нужно выходить за пределы этой области. Узкие направления, где применяется только определенная техника и ограниченные знания, быстро затухают, «загнивают». Сам Марк Вольфович обладал глубокими знаниями в таких областях математики, как дифференциальная геометрия, общая топология, дифференциальная топология, алгебраическая топология, гомологическая алгебра, алгебраическая геометрия, теория групп и алгебр Ли и их представлений, теория инвариантов, теория категорий, теория особенностей. Это отчетливо видно из его работ, очень глубоких, написанных с большой точностью и строгостью. Чтобы самостоятельно приобрести такие знания и перейти от классической дифференциальной геометрии к абстрактным современным разделам математики, безусловно, требовалось много усилий: обладать целеустремленностью, высокой самоорганизацией и большой трудоспособностью.

Марк Вольфович безгранично любил математику. Он был готов в любое время дня и ночи обсуждать математические вопросы с каждым заинтересованным собеседником. Он был равнодушен к приоритету и бескорыстно делился своими самыми сокровенными идеями, соображениями и планами.

Талант ученого очень органично сочетался у Марка Вольфовича с талантом педагога. На протяжении многих лет М. В. Лосик читал лекции по дифференциальной геометрии и топологии, римановой геометрии, группам Ли и однородным пространствам и др., он написал несколько замечательных пособий для студентов. Марку Вольфовичу удавалось удивительным образом сочетать в преподавании строгость и доступность изложения. В работе со студентами он проявлял доброжелательность и терпеливость. Для аспирантов Марк Вольфович был мудрым наставником, давал полезные советы, но никогда не навязывал своего мнения. Начинающие преподаватели всегда могли получить от него ценный совет и полезные рекомендации.

Марк Вольфович хорошо знал английский язык, читал на немецком, французском, польском. В молодости он любил туристические походы, сплавлился на лодках, в зрелом возрасте увлекался рыбалкой, водил моторный катер, мог его сам отремонтировать, собирать моторы. Шахматы были его любимым увлечением, он почти каждый день разгадывал шахматные этюды. Марк Вольфович вел здоровый образ жизни, вставал в пять тридцать утра: увлекался бегом, часто пробегал 10 километров в городском парке, позже много гулял в очень быстром темпе.

Марк Вольфович был удивительно мягок, открыт и доброжелателен с людьми, всегда был искренне готов помочь, позитивно и по-детски восторженно воспринимал окружающий мир. Общение с Марком Вольфовичем всегда воодушевляло и доставляло радость. Для тех, кому посчастливилось знать Марка Вольфовича, его уход является невосполнимой потерей.

*Д. В. Алексеевский, А. С. Галаев, С. В. Галаев, А. В. Гохман*

#### **Список научных работ и учебных пособий М. В. Лосика**

Геометрическая интерпретация некоторых условий обыкновенной вариационной задачи с высшими производными // Сиб. мат. журн. 1961. Т. 11, № 4. С. 556–566.

О некотором классе пространств Кавагучи // Докл. АН СССР. 1960. Т. 134, № 6. С. 1299–1302.

Пространства Клейна как пространства Кавагучи // Докл. АН СССР. 1961. Т. 139, № 6. С. 1299–1301.

О пространствах Кавагучи, связанных с пространствами Клейна // Тр. семинара по векторн. и тензорн. анализу. 1963. Вып. 12. С. 213–237.

О связи пространств Клейна с пространствами с ареальной метрикой высшего порядка // Тр. молодых ученых. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1964. С. 55–59.

К вопросу о понятии нормализатора поверхностей однородного пространства // Материалы 2-й Прибалтийской геометрической конференции / Тартуский гос. ун-т. Тарту, 1965. С. 108–112.



Об инфинитезимальных связностях в касательных расслоенных пространствах // Изв. вузов. Математика. 1964, № 5. С. 54–60.

О построении линейной связности на поверхностях однородного пространства // Тез. докл. 3-й межвузовской научной конференции по проблемам геометрии. Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1967. С. 99–100.

Об алгебре функций дифференцируемого многообразия // Тез. докл. 3-ей Прибалтийской геометрической конференции. Паланга; Вильнюс, 1968. С. 104–105.

О линейных связностях на поверхностях однородного пространства // Тр. молодых ученых. Математика и механика. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1969. С. 65–70.

О когомологиях бесконечномерных алгебр Ли векторных полей // Функцион. анализ и его прил. 1970. Т. 4, № 2. С. 43–53.

О когомологиях алгебры Ли векторных полей с коэффициентами в тривиальном единичном представлении // Функцион. анализ и его прил. 1972. Т. 6, № 1. С. 24–36.

Топологическая интерпретация когомологий алгебры Ли векторных полей с коэффициентами в тривиальном единичном представлении // Функцион. анализ и его прил. 1972. Т. 6, № 3. С. 79–80.

О когомологиях алгебры Ли векторных полей с нетривиальными коэффициентами // Функцион. анализ и его прил. 1972. Т. 6, № 4. С. 44–46.

Об алгебре функций гладкого многообразия // Дифференциальная геометрия : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1974. Вып. 1. С. 85–88.

Сборник задач по векторной алгебре. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1974. 62 с. (в соавторстве с А. В. Гохманом, Н. И. Кабановым, Ю. К. Коноплевой и М. А. Спиваком).

Комбинаторное вычисление характеристических классов // Функцион. анализ и его прил. 1974. Т. 9, № 1. С. 54–56 (в соавторстве с А. М. Габриэловым и И. М. Гельфандом).

Комбинаторное вычисление характеристических классов. I // Функцион. анализ и его прил. 1975. Т. 9, № 2. С. 12–28 (в соавторстве с А. М. Габриэловым и И. М. Гельфандом).

Комбинаторное вычисление характеристических классов. II // Функцион. анализ и его прил. 1975. Т. 9, № 3. С. 5–36 (в соавторстве с А. М. Габриэловым и И. М. Гельфандом).

Функционалы Атья-Патоли-Сингера для характеристических классов касательного расслоения // Функцион. анализ и его прил. 1976. Т. 10, № 2. С. 13–28 (в соавторстве с А. М. Габриэловым и И. М. Гельфандом).

Вычисление характеристических классов комбинаторного векторного расслоения. Препринт ИПМ АН СССР. 1976, № 99; Gelfand I. M. Collected papers. Vol. 3. P. 454–486 (в соавторстве с И. М. Гельфандом).

О теореме приведения для связностей высшего порядка // Дифференциальная геометрия : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1980. Вып. 5. С. 53–64.

Об инвариантной теории вариационных задач // Дифференциальная геометрия. Геометрия обобщенных пространств и ее приложения : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1981. Вып. 6. С. 49–58.

О теореме Атья-Патоли-Сингера // Дифференциальная геометрия. Тензорные методы в геометрии и механике : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1983. Вып. 7. С. 50–57.

О некотором инварианте гладкого многообразия // Успехи мат. наук. 1984. Т. 39, № 2. С. 167–168.

О гомологиях формального вариационного риманова комплекса // Дифференциальная геометрия. Структуры на многообразиях и их приложения : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1985. Вып. 8. С. 51–58.

Топология. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1986. 59 с.

О характеристических классах структур на многообразиях // Функцион. анализ и его прил. 1987. Т. 21, № 3. С. 38–52.

О составном многообразии Вагнера. Формы связности и кривизны // Дифференциальная геометрия. Обобщенные пространства и их приложения : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1988. Вып. 9. С. 30–39.

О некотором обобщении многообразия и его характеристических классах // Функцион. анализ и его прил. 1990. Т. 24, № 1. С. 29–37.

О составном многообразии Вагнера. Абсолютное и абсолютное полное дифференцирование // Дифференциальная геометрия. Дифференциально-геометрические структуры и их приложения : межвуз. науч. сб. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1991. Вып. 9. С. 24–28.

О многообразиях Фреше как диффеологических пространствах // Изв. вузов. Математика. 1992, № 5. С. 36–42.

Characteristic classes of transformation groups // Diff. Geom. Appl. 1993. Vol. 3. P. 205–218.

Categorical differential geometry // Cahiers Topol. Geom. Diff. Categor. 1994. Vol. XXXV, № 4. P. 274–290.

The cohomology of the complex of G-invariant forms on G-manifolds // Ann. Global Anal. Geom. 1995. Vol. 13, № 4. P. 323–338.

Diagonal cohomology of the Lie algebra of vector fields // Diff. Geom. Appl. 1995. Vol. 8. P. 71–86.



The cohomology of the complex of G-invariant forms on G-manifolds. II // Ann. Global Anal. Geom. 1997. Vol. 15. P. 141–152.

Choosing roots of polynomials smoothly // Israel J. Math. 1998. Vol. 105. P. 203–233 (в соавторстве с Д. В. Алексеевским, А. Криглем и П. В. Михором).

Lifting smooth curves over invariants for representations of compact Lie groups // Transformation Groups. 2000. Vol. 5, № 2. P. 103–110 (в соавторстве с Д. В. Алексеевским, А. Криглем и П. В. Михором).

Lifts of diffeomorphisms of orbit spaces for representations of compact Lie groups // Geometriae Dedicata. 2001. Vol. 88. P. 21–36.

Эквивариантные характеристические классы // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2001. Т. 1, вып. 2. С. 167–183.

The Riemannian geometry of orbit spaces — the metric, geodesics and integral systems // Publ. Math. Debrecen. 2003. Vol. 62. P. 247–276 (в соавторстве с Д. В. Алексеевским, А. Криглем и П. В. Михором).

Invariant tensor fields and orbit varieties for finite transformation groups. A Tribute to C. S. Seshadri : A Collection of Articles on Geometry and Representation Theory, Trends in Math. Basel, Birkhäuser Verlag, 2003. P. 346–378 (в соавторстве с П. В. Михором и В. Л. Поповым).

Tensor fields and connections on holomorphic orbit spaces of finite groups // J. Lie Theory. 2003. Vol. 13. P. 519–534 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором).

Choosing roots of polynomials smoothly. II // Israel J. Math. 2004. Vol. 139. P. 183–188 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором).

Lifting smooth curves over invariants for representations of compact Lie groups. II // J. Lie Theory. 2005. Vol. 15, № 1. P. 227–234 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором и А. Райнером).

Reflection groups on Riemannian manifolds // Annali di Matematica Pura ed Applicata. 2006. Vol. 186, № 1. P. 25–58 (в соавторстве с Д. В. Алексеевским, А. Криглем и П. В. Михором).

Lifting smooth curves over invariants for representations of compact Lie groups. III // J. of Lie Theory. 2006. Vol. 16, № 3. P. 579–600 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором и А. Райнером).

A 2-cocycle on a group of symplectomorphisms // Moscow Math. J. 2006. Vol. 6, № 2. P. 307–315 (в соавторстве с Р. С. Исмагиловым и П. В. Михором).

Cohomology for a group on a manifold preserving an exact form // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 2006. Vol. 3, № 5–6. P. 1117–1130 (в соавторстве с П. В. Михором).

On polarizations in invariant theory // J. of Algebra. 2006. Vol. 301, № 1. P. 406–424 (в соавторстве с П. В. Михором и В. Л. Поповым).

Choosing roots of polynomials with symmetries smoothly // Revista Matematica Complutense. 2007. Vol. 20, № 2. P. 267–291 (в соавторстве с А. Райнером).

Lifting mappings over invariants of finite groups // Acta Math. Comeniana. 2008. Vol. 77, № 1. P. 93–122 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором и А. Райнером).

О геометрических работах В. В. Вагнера // Современные проблемы дифференциальной геометрии и общей алгебры : тез. докл. междунар. науч. конф. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2008.

On the continuous cohomology of diffeomorphism groups // Moscow Math. J. 2010. Vol. 10, № 2. P. 377–397.

A generalization of Puiseux's theorem and lifting curves over invariants // Revista Matematica Complutense. 2012. Vol. 25, № 1. P. 139–155 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором и А. Райнером).

Addendum to : «Lifting smooth curves over invariants for representations of compact Lie groups, III [J. Lie Theory. 2006. Vol. 16, № 3. P. 579–600]» // J. Lie Theory. 2012. Vol. 20, № 1. P. 245–249 (в соавторстве с А. Криглем, П. В. Михором и А. Райнером).

Лекции по векторному и тензорному анализу. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2008. 54 с.

Сборник задач по топологии. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2008. 19 с.